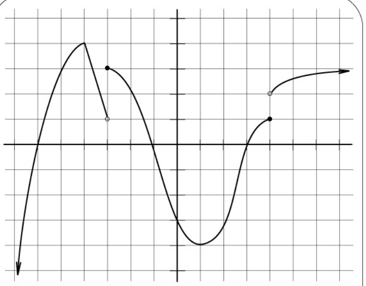
Universidad Simón Bolívar, Depto. de Matemáticas.

Matemáticas I, Prof. Axel Voza.

Tabla Resúmen para Transformaciones Elementales de Curvas.



Dada la gráfica de la función f como la figura de arriba, las siguientes gráficas representan algunas de las transformaciones notables que se pueden aplicar al gráfico de f. Se acompaña cada una de algunas de sus características geométricas.

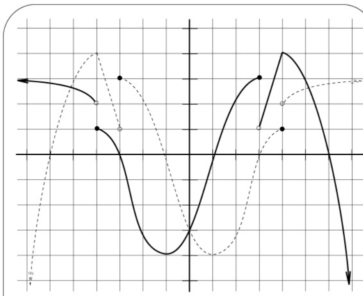


Gráfico de $f(x)$ contra el de $f(-x)$:
» $f(x)$ se rota alrededor del eje y para obtener $f(-x)$;
» $f(x)$ y $f(-x)$ tienen el mismo rango;
» Si (x,y) está en el gráfico de $f(x)$, entonces $(-x,y)$ está en el de $f(-x)$.

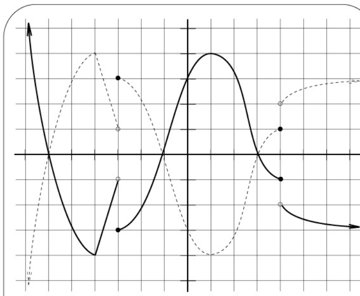


Gráfico de $f(x)$ contra el de $-f(x)$:
» $f(x)$ se rota alrededor del eje x para obtener $-f(x)$;
» $f(x)$ y $-f(x)$ tienen el mismo dominio;
» Si (x,y) está en el gráfico de $f(x)$, entonces $(x,-y)$ está en el de $-f(x)$.

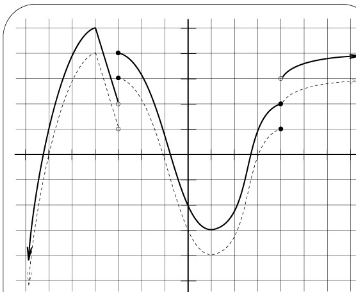


Gráfico de $f(x)$ contra el de $f(x)+b$ (caso particular usado: $b=1$):
» $f(x)$ se traslada $|b|=b$ hacia arriba si $b>0$, ó $|b|=-b$ hacia abajo si $b<0$;
» $f(x)$ y $f(x)+b$ tienen el mismo dominio;
» Las A.H. cambian, pero las A.V. no.

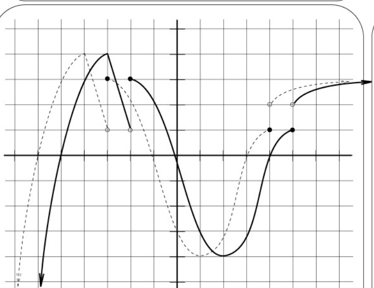


Gráfico de $f(x)$ contra el de $f(x-a)$ (caso particular usado: $a=1$):
» $f(x)$ se traslada $|a|=a$ hacia la derecha si $a>0$, $|a|=-a$ hacia la izquierda si $a<0$;
» $f(x)$ y $f(x-a)$ tienen el mismo rango;
» Las A.V. cambian, pero las A.H. no.

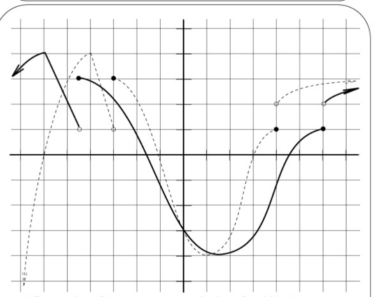


Gráfico de $f(x)$ contra el de $f(x/k)$ (caso particular usado: $k=2/3=0.66...$):
» $f(x)$ sólo se encoje k% hacia el eje y si $0<k<1$, ó además se gira si $-1<k<0$;
» $f(x)$ y $f(x/k)$ tienen el mismo rango;
» $f(x)$ y $f(x/k)$ siempre se cortan en $(0,f(0))$.

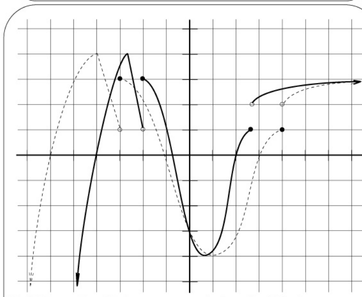


Gráfico de $f(x)$ contra el de $f(x/k)$ (caso particular usado: $k=3/2=1.5$):
» $f(x)$ sólo se estira k% lejos del eje y si $k>1$, ó además se gira si $k<-1$;
» $f(x)$ y $f(x/k)$ tienen el mismo rango;
» $f(x)$ y $f(x/k)$ siempre se cortan en $(0,f(0))$.

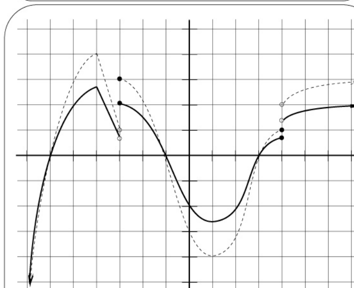


Gráfico de $f(x)$ contra el de $cf(x)$ (caso particular usado: $c=2/3=0.66...$):
» $f(x)$ sólo se encoje c% hacia el eje x si $0<c<1$, ó además se gira si $-1<c<0$;
» $f(x)$ y $cf(x)$ tienen el mismo dominio;
» $f(x)$ y $cf(x)$ se cortan en sus raíces.

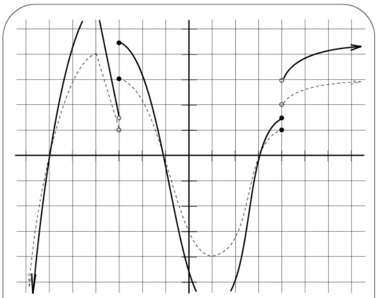


Gráfico de $f(x)$ contra el de $cf(x)$ (caso particular usado: $c=3/2=1.5$):
» $f(x)$ sólo se estira c% lejos del eje x si $0<c<1$, ó además se gira si $-1<c<0$;
» $f(x)$ y $cf(x)$ tienen el mismo dominio;
» $f(x)$ y $cf(x)$ se cortan en sus raíces.

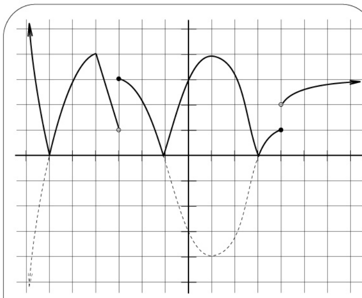


Gráfico de $f(x)$ contra el de $|f(x)|$:
» $f(x)$ se dobla en todas sus raíces, y se gira su parte negativa hacia arriba;
» $f(x)$ y $|f(x)|$ tienen el mismo dominio;
» $|f(x)|=\pm f(x)$, con "+" si $f(x)>0$ y "-" si $f(x)<0$ ($|f(x)|$ nunca es negativa).

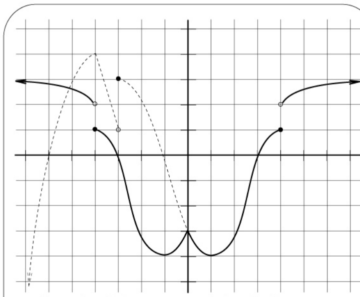


Gráfico de $f(x)$ contra el de $f(|x|)$:
» $f(x)$ se dobla en el punto $(0,f(0))$, y se gira su parte derecha hacia la izquierda;
» $f(x)$ y $f(|x|)$ tienen rangos distintos (Ojo);
» $f(|x|)=f(x)$ en $x>0$, y $f(|x|)=f(-x)$ en $x<0$ ($f(|x|)$ es siempre par).

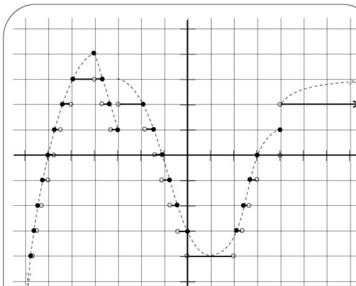
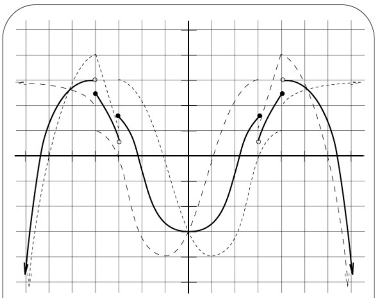
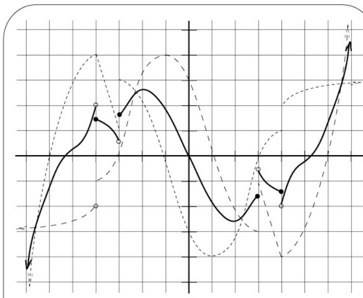


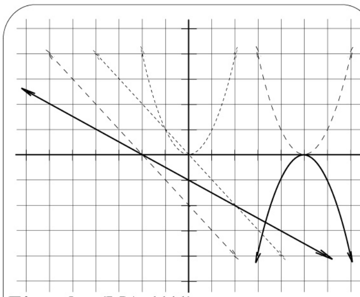
Gráfico de $f(x)$ contra el de $[\![f(x)]\!]$:
» $f(x)$ se corta en todas las alturas enteras, y se comprimen los pedazos verticalmente sobre dichas alturas;
» $f(x)$ y $[\![f(x)]\!]$ tienen el mismo dominio;
» $[\![f(x)]\!]=f(x)$ en donde $f(x)$ es entera.



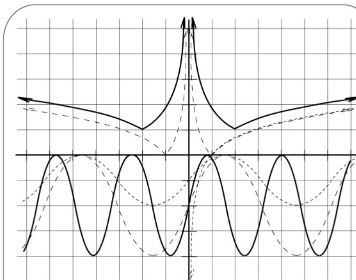
Gráficos de $f(x)$ y de $f(-x)$ contra el de $f_e(x) = ½(f(x)+f(-x))$ ("parte par" de f):
» $f(x)$ y $f(-x)$ se promedian;
» El dominio de $f_e(x)$ es el dominio común entre $f(x)$ y $f(-x)$;
» Si $f(x)$ y $f(-x)$ se cortan, entonces $f_e(x)$ se corta con ambas en esos puntos.



Gráficos de $f(x)$ y de $f(-x)$ contra el de $f_o(x) = ½(f(x)-f(-x))$ ("parte impar" de f):
» $f(x)$ y $-f(-x)$ se promedian;
» El dominio de $f_o(x)$ es el dominio común entre $f(x)$ y $-f(-x)$;
» Si $f(x)$ y $-f(-x)$ se cortan, entonces $f_o(x)$ se corta con ambas en esos puntos.



Ejemplos (MA-1111):
» Si $f(x)=x^2$, entonces $g(x)=f(x-5)=(x-5)^2$ resulta de mover f 5 unidades a la derecha, y $h(x)=-g(x)=-f(x-5)=-(x-5)^2$ resulta de girar g alrededor del eje x.
» La ecuación de la recta oscura es $h(x)=½(-x-2)=-x/2-1$ (¿por qué?).



Ejemplos (MA-1112):
» Si $f(x)=\mathrm{lgn}\,x$ es la punteda, entonces $g(x)=|f(|x|)|=|\mathrm{lgn}(|x|)|$ es la rayada y $h(x)=1+g(x/2)=1+|f(|x/2|)|=1+|\mathrm{lgn}(|x/2|)|$ es la oscura (2 dobleces, 1 estiramiento y 1 traslación vertical; hágalo por pasos!).
» La oscura periódica es $h(x)=2\mathrm{sen}(2x)-2$.

Una conclusión importante: Si f tiene una función compuesta ***dentro*** de ella, la variación es en el ***dominio***; si la tiene compuesta ***afuera***, la variación es en el ***rango***.